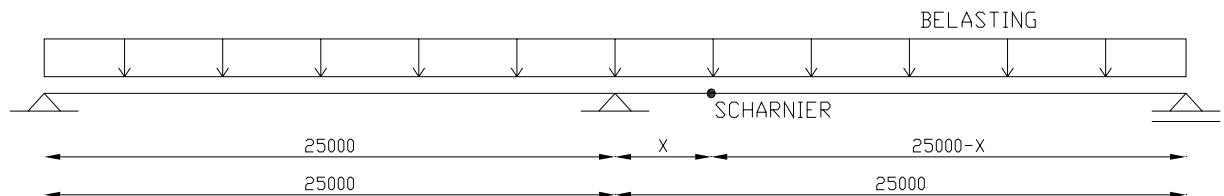


## Inhoudsopgave

<b>OEFENING 1: PLATDAK LIGGER</b> .....	<b>2</b>
A    BELASTINGEN .....	2
B    STATISCH SCHEMA .....	3
C    BEPALING LOCATIE SCHARNIER.....	6
D    AFMETING LIGGER GL32H .....	8
<b>OEFENING 2: SPORENKAP</b> .....	<b>10</b>
A    GEOMETRIE .....	10
B    BELASTINGEN .....	11
C    BELASTINGSCOMBINATIES .....	11
D    BEPALING SPOREN.....	13
a) <i>Staaft 3 en 4:</i> .....	13
b) <i>Staaft 5 en 6:</i> .....	15
c) <i>Staaft 7:</i> .....	16
d) <i>Opsomming staaftdoorsneden</i> .....	17
E    CONTROLE DETAILS .....	18
a) <i>Detail 1</i> .....	18
b) <i>Detail 2</i> .....	19
c) <i>Detail 3</i> .....	20
<b>OEFENING 3: SAMENGESTELDE LIGGERS</b> .....	<b>22</b>
A    VERBINDING GEBOUT .....	22
B    VERBINDING GELIJMD .....	24

## Oefening 1: Platdak ligger

### A Belastingen



#### Permanente gegeven belastingen:

3-laagse dakbedekking  $0,15 \text{ kN/m}^2$   
 Isolatie  $0,03 \text{ kN/m}^2$   
 Dakplaat  $0,12 \text{ kN/m}^2$   
 Secundaire liggers  $0,15 \text{ kN/m}^2$   
 e.g. liggers  $0,20 \text{ kN/m}^2$   
 onvoorzien  $0,05 \text{ kN/m}^2$

h.o.h. = 5 meter

#### Eigen gewicht:

$P_{\text{eg,rep}} = 0,20 \text{ kN/m}^2$   
 $Q_{\text{eg,rep}} = 5 * 0,20 = 1,0 \text{ kN/m}$

#### Rustende belasting:

$Q_{\text{rb,dakbed,rep}} = 5 * 0,15 = 0,75 \text{ kN/m}$   
 $Q_{\text{rb,iso,rep}} = 5 * 0,03 = 0,15 \text{ kN/m}$   
 $Q_{\text{rb,dakpl,rep}} = 5 * 0,12 = 0,60 \text{ kN/m}$   
 $Q_{\text{rb,sec lig,rep}} = 5 * 0,15 = 0,75 \text{ kN/m}$   
 $Q_{\text{rb,onvoorzien,rep}} = 5 * 0,05 = 0,25 \text{ kN/m}$   


---

 $Q_{\text{rb,rep}} = 2,5 \text{ kN/m}$

#### Variabele belastingen:

Windbelasting:  $0,4$  omlaag:  $-0,4 * 0,99 * 0,93 = 0,368 \text{ kN/m}$   
 Windbelasting niet maatgevend.

Belasting pers/mater: 1 kN in 25 meter is niet maatgevend.

Sneeuwbelasting:  $P_{\text{rep}} = 0,8 * 0,7 = 0,56 \text{ kN/m}^2$   
 $Q_{\text{q,sneeuw,rep}} = 5 * 0,56 = 2,80 \text{ kN/m}$   
 $Q_{\text{q,rep}} = 2,80 \text{ kN/m}$

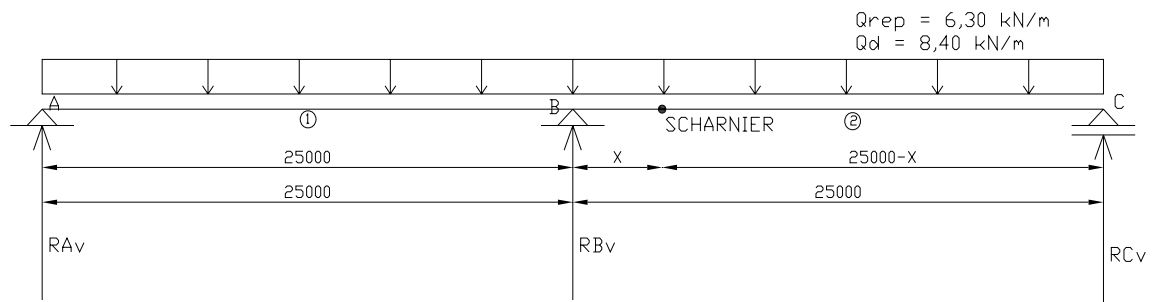
Belastingen gebruikstoestand:

$$Q_{rep} = Q_{eg,rep} + Q_{rb,rep} + Q_{q,rep} = 1,0 + 2,5 + 2,8 = 6,30 \text{ kN/m}$$

Belastingen uiterste grenstoestand: Veiligheidsklasse 3

$$Q_d = 1,2(1,0 + 2,5) + 1,5 * 2,8 = 8,40 \text{ kN/m}$$

## **B Statisch schema**



De volgende waarden; reactiekrachten en momenten, volgen uit de ontwerpformules uit het tabellenboek.

### Gebruikstoestand:

Reactiekrachten:  $R_{A,v,d} = R_{C,v,d} = 0,375 * 6,3 * 25 = 59,06 \text{ kN}$   
 $R_{B,v,d} = 1,25 * 6,3 * 25 = 196,88 \text{ kN}$

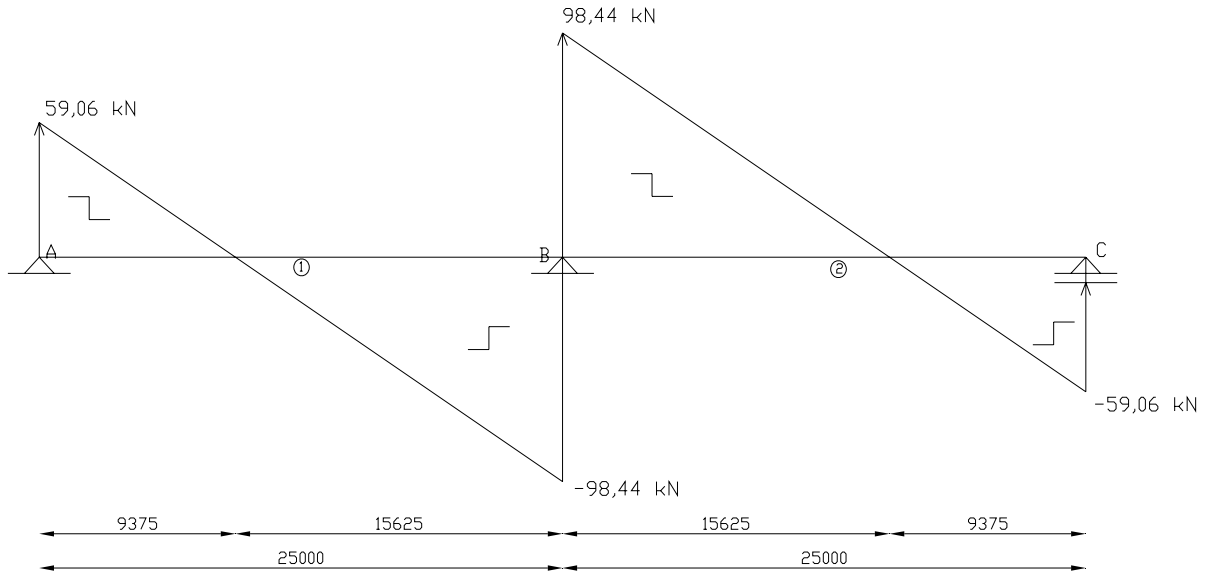
Momenten:  $M_{veld,d} = 0,07 * 6,3 * 25^2 = 275,63 \text{ kNm}$   
 $M_{B,d} = -0,125 * 6,3 * 25^2 = -492,19 \text{ kNm}$

### Uiterste grenstoestand:

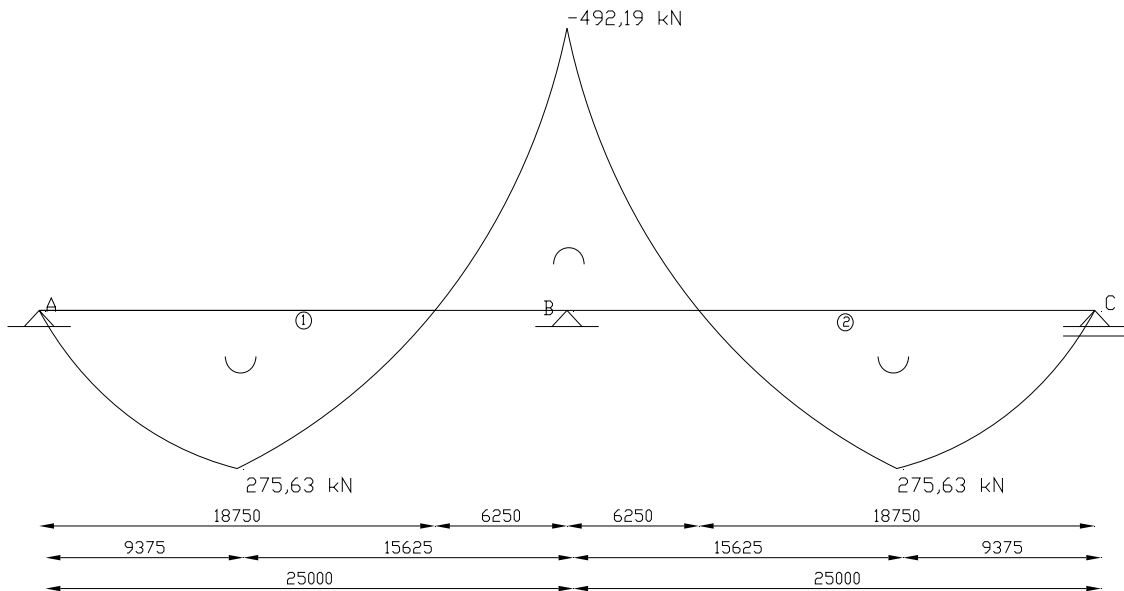
Reactiekrachten:  $R_{A,v,d} = R_{C,v,d} = 0,375 * 8,4 * 25 = 78,75 \text{ kN}$   
 $R_{B,v,d} = 1,25 * 8,4 * 25 = 262,50 \text{ kN}$

Momenten:  $M_{veld,d} = 0,07 * 8,4 * 25^2 = 367,50 \text{ kNm}$   
 $M_{steun,d} = -0,125 * 8,4 * 25^2 = -656,25 \text{ kNm}$

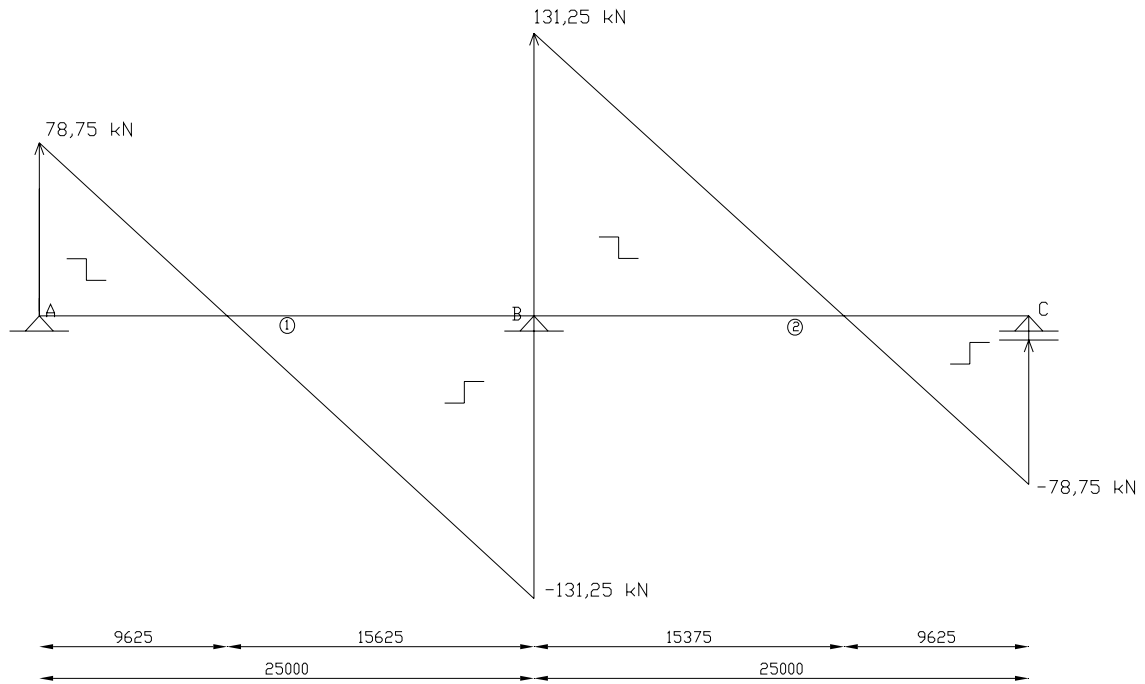
Dwarskrachtenlijn Gebruikstoestand:



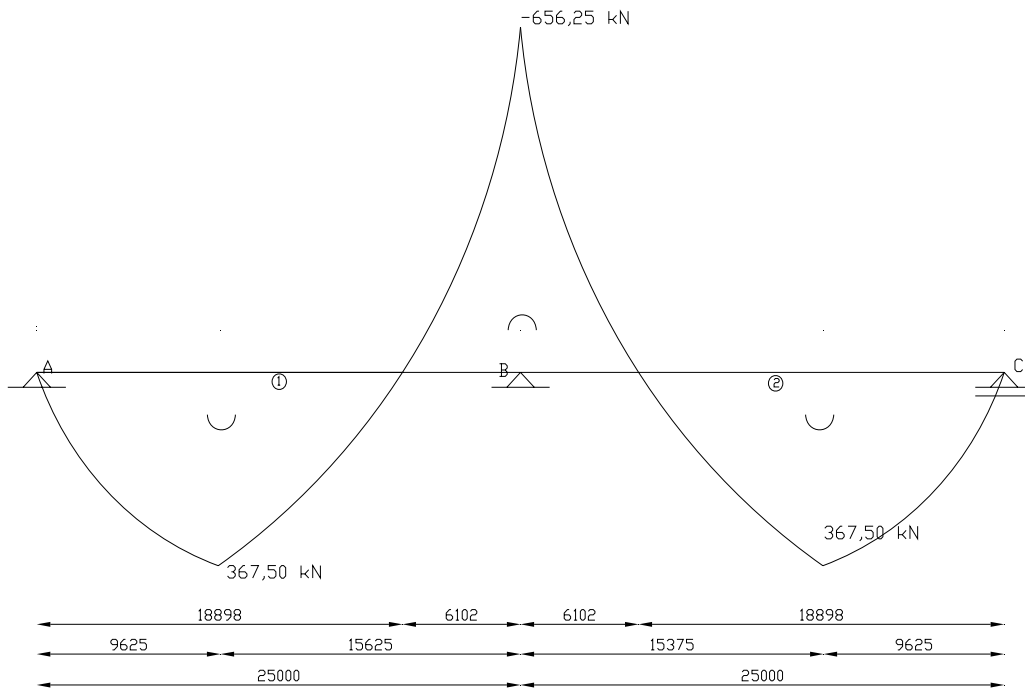
Momentenlijn Gebruikstoestand:



Dwarskrachtenlijn Uiterste Grenstoestand:



Momentenlijn Uiterste Grenstoestand:

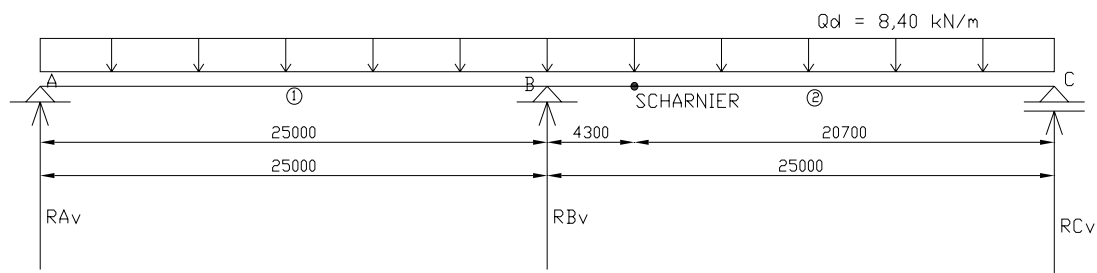


### C Bepaling locatie scharnier

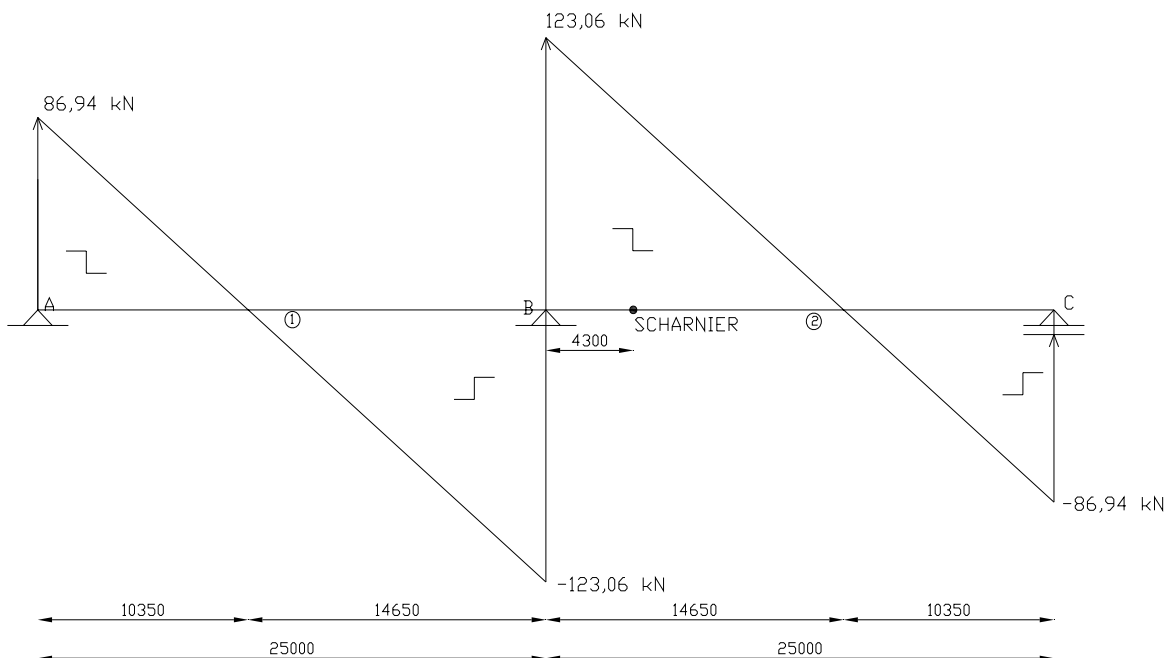
Het scharnier dient om het grootste moment kleiner te maken. Deze is aanwezig in het middensteunpunt B. Door het scharnier heel dicht bij knoop B te zetten, verlaagt het moment bij knoop B, maar verhoogt het veldmoment en wel symmetrisch in beide velden. Door het scharnier meer in het veld te plaatsen, verhoogt het moment in knoop B, maar verlaagt dit weer het veldmoment. Aangezien de totale 50 meter wordt overspannen door een doorlopende ligger, probeer ik de momenten zo klein mogelijk te maken, zodat ook een zo klein mogelijke ligger toepasbaar is. Om het grootste moment kleiner te krijgen, heb ik het veld moment groter laten worden en het steunpuntmoment kleiner, zodanig dat het veldmoment ook weer niet te groot werd.

Ideale locatie voor het scharnier is op 4,30 meter van het middensteunpunt!

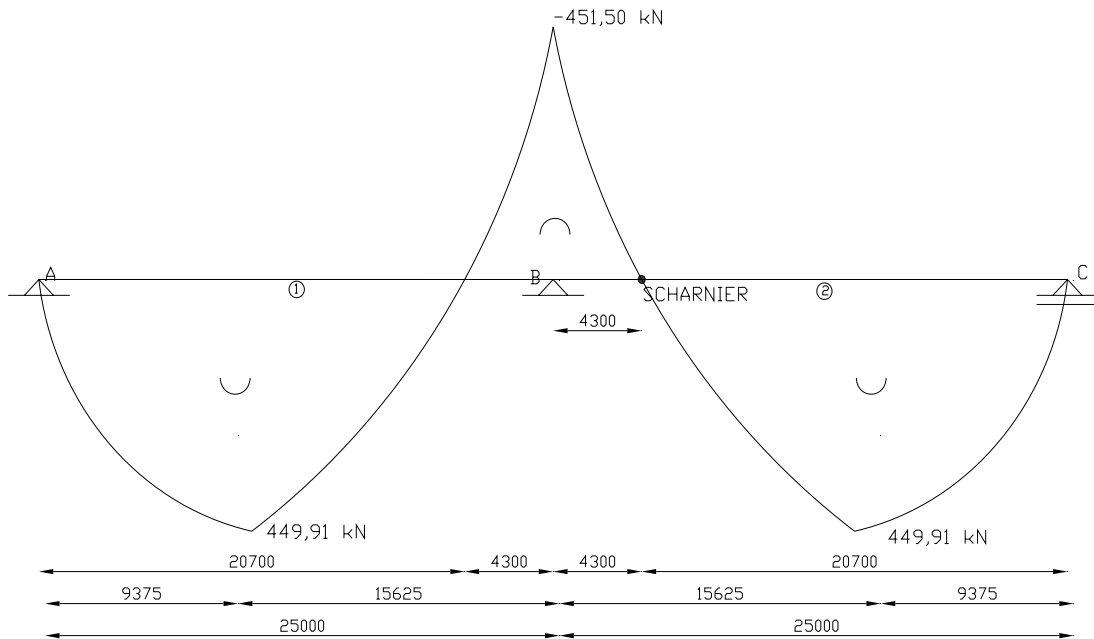
Statisch schema met scharnier:



Dwarskrachtenlijn met scharnier:



Momentenlijn met scharnier:



Maatgevende waarden:

**$M_{u;d} = 451,50 \text{ kNm}$**

**$V_{u;d} = 123,06 \text{ kN}$**

## D Afmeting ligger GL32h

### Eigenschappen sterkteklasse GL32h

$f_{gl;m;0;rep}$	= 32	N/mm <sup>2</sup>
$E_{gl;0;ser;rep}$	= 13700	N/mm <sup>2</sup>
$r_{gl;rep}$	= 430	kg/m <sup>3</sup>
$f_{gl;t;0;rep}$	= 22,5	N/mm <sup>2</sup>
$f_{gl;90;rep}$	= 0,5	N/mm <sup>2</sup>
$f_{gl;c;0;rep}$	= 29	N/mm <sup>2</sup>
$f_{gl;c;90;rep}$	= 3,3	N/mm <sup>2</sup>
$f_{gl;v;0;rep}$	= 3,8	N/mm <sup>2</sup>
$E_{gl;0;u;rep}$	= 11100	N/mm <sup>2</sup>
$E_{gl;90;ser;rep}$	= 460	N/mm <sup>2</sup>
$G_{gl;ser;rep}$	= 850	N/mm <sup>2</sup>

### Materiaalgrootheden:

Materiaalfactor:  $\gamma_m = 1,20$

Modificatiefactor:  $k_{mod} = 0,85$   
Klimaatklasse I of II  
Belastingduurklasse III

Hoogtefactor:  $k_h = 1,0$   
Gelamineerd hout

### Aanname doorsnede:

$h$	= 1400	mm
$b$	= 70	mm
$W$	= $1/6 * b * h^2 = 22,87 * 10^6$	mm <sup>3</sup>
$I_y$	= $1/12 * b * h^3 = 1,60 * 10^{10}$	mm <sup>4</sup>

$$E_{gl;0;ser;d} = \frac{E_{gl;0;ser;rep}}{\gamma_m} * k_{mod} \qquad E_{gl;0;ser;d} = \frac{13700}{1,20} * 0,85 = 9704 \text{ N/mm}^2$$

Controle op sterkte:

$$f_{gl;m;0;d} = \frac{f_{gl;m;0}}{\gamma_m} * k_{mod} * k_h$$

$$f_{gl;m;0;d} = \frac{32}{1,20} * 0,85 * 1,0 = 22,66 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{gl;0;u;d} = \frac{M_{u;d}}{W}$$

$$\sigma_{gl;0;u;d} = \frac{451,50 * 10^6}{22,87 * 10^6} = 19,74 \text{ N/mm}^2$$

Toetsing:

$$\sigma_{gl;0;u;d} < f_{gl;m;0;d}$$

$$19,74 < 22,60 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

Controle op afschuiving:

$$f_{gl;v;0;d} = \frac{f_{gl;v;0;rep}}{\gamma_m} * k_{mod}$$

$$f_{gl;v;0;d} = \frac{3,80}{1,20} * 0,85 = 2,69 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{gl;v;u;d} = \frac{3 * V_{u;d}}{2 * b * h}$$

$$\sigma_{gl;v;u;d} = \frac{3 * 123,06 * 10^3}{2 * 70 * 1400} = 1,88 \text{ N/mm}^2$$

Toetsing:

$$\sigma_{gl;v;u;d} < f_{gl;v;0;d}$$

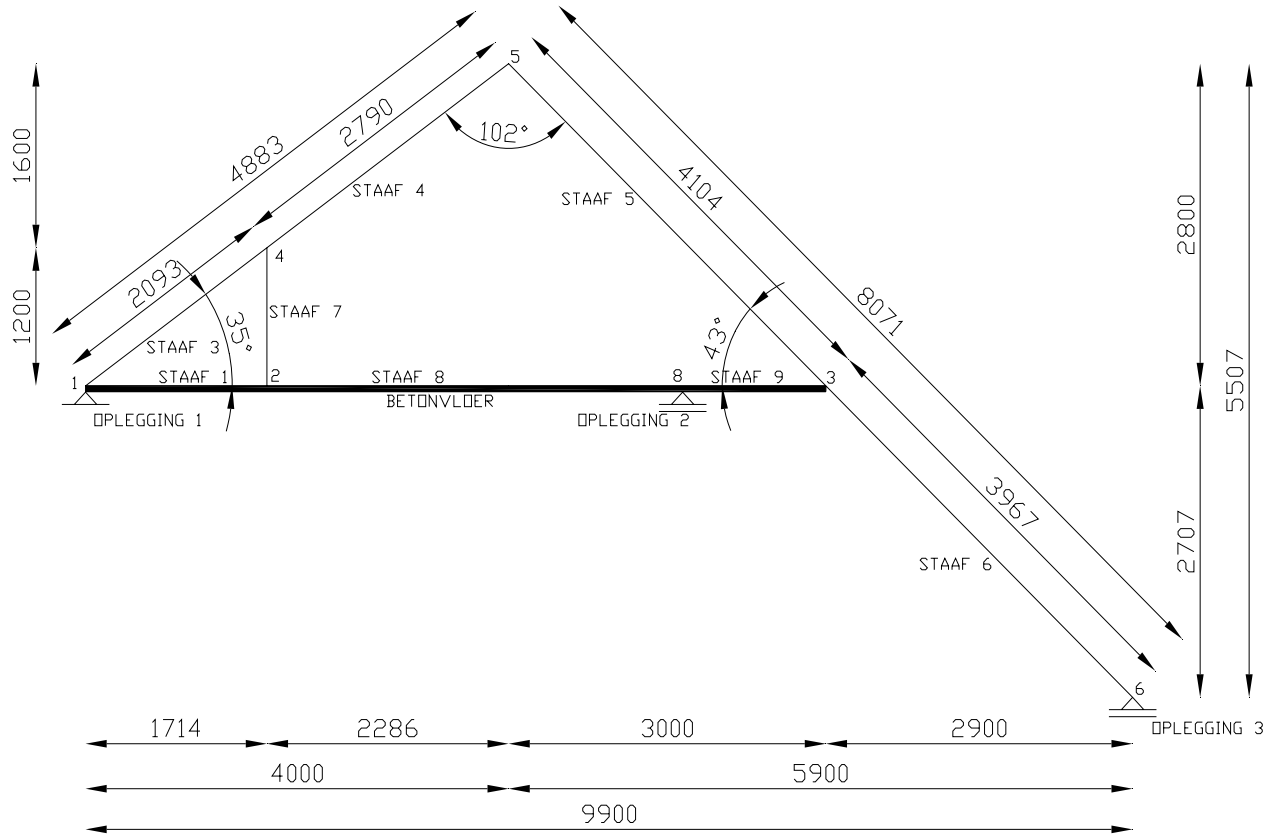
$$1,88 < 2,69 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

De ligger is gecontroleerd op buiging en afschuiving en voldoet.

Ligger: GL32h, 70x1400mm, L<sub>1</sub> = 29,30 m en L<sub>2</sub> = 20,70 m

## Oefening 2: Sporenkap

### A Geometrie



### Staafkrachten

De staven 1, 8 en 9 zijn de betonvloer. Deze staven doen niet mee in deze berekening.

		$N_x$	$V_z$	$M_y$	
Staaf 3	FC3		-1,24	-1,78	kN/kNm
	FC4	1,94 (druk)			kN
Staaf 4	FC2		-1,45		kN
	FC3	2,95 (druk)		1,78	kN/kNm
Staaf 5	FC2	2,97 (druk)			kN
	FC3		-2,81		kN
	FC4			2,06	kNm
Staaf 6	FC2	0,73 (trek)			kN
	FC3	1,86 (druk)	2,11	1,92	kN
Staaf 7	FC2	3,17 (druk)			kN

## **B Belastingen**

H.o.h. afstand = 600 mm

- BG1: Eigen gewicht:  
 $Q_{eg,rep} = 0,75 * 0,6 = 0,45 \text{ kN/m}$   
 $Q_{eg,d} = 0,45 * 1,2 = 0,54 \text{ kN/m}$
- BG2: Wind van links:  
 $Q_{q,wind \text{ links},rep} = 0,68 * 0,6 = 0,408 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ links},rep} = -0,09 * 0,6 = -0,054 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ links},d} = 0,408 * 1,5 = 0,612 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ links},d} = -0,054 * 1,5 = -0,081 \text{ kN/m}$
- BG3: Wind van rechts:  
 $Q_{q,wind \text{ rechts},rep} = -0,09 * 0,6 = -0,054 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ rechts},rep} = 0,82 * 0,6 = 0,492 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ rechts},d} = -0,054 * 1,5 = -0,081 \text{ kN/m}$   
 $Q_{q,wind \text{ rechts},d} = 0,492 * 1,5 = 0,738 \text{ kN/m}$
- BG4: Puntlast:  
 $F_{rep} = 1,10 \text{ kN}$   
 $F_d = 1,10 * 1,3 = 1,43 \text{ kN}$

## **C Belastingscombinaties**

Mogelijke combinaties in de Gebruikstoestand:

FC1	BG1	Eigen gewicht
FC2	BG1 + BG2	Eigen gewicht + Wind van links
FC3	BG1 + BG3	Eigen gewicht + Wind van rechts
FC4	BG1 + BG4	Eigen gewicht + Puntlast

Mogelijke combinaties in de Uiterste Grenstoestand:

Veiligheidsklasse 2

FC1	1,2 * BG1	Eigen gewicht
FC2	1,2 * BG1 + 1,3 * BG2	Eigen gewicht + Wind van links
FC3	1,2 * BG1 + 1,3 * BG3	Eigen gewicht + Wind van rechts

FC4                      1,2 \* BG1 + 1,3 \* BG4                      Eigen gewicht + Puntlast

Berekening is uitgevoerd in MatrixFrame Studentenversie. De uitvoer is meegeleverd in de bijlagen. In het rekenprogramma zijn de invoerwaarden met een factor tien verhoogd, omdat ze anders naar nul werden afgerond. In onderstaande maatgevende resultaten is dit gecorrigeerd:

**Oplegreacties:**

		X-richting	Y-richting	
Oplegging 1	FC2	-1,87	-2,65	kN
	FC3	+3,72		kN
Oplegging 2	FC3	-5,92		kN
Oplegging 3	FC3		-2,72	kN

**Knoopkrachten**

Voor de details zijn alleen de gegevens van knoop 1, 3 en 4 nodig.

		Nx	Vz	My	
Knoop 1	FC4	1,94 (omlaag staaf 3)			kN
	FC3		-1,24		kN
			0,46		kN
Knoop 3	FC2	2,97 (omlaag staaf 5)			kN
	FC3		-2,18		kN
	FC3	0,86 (omhoog staaf 6)			kN
	FC4			0,54	kNm
Knoop 4	FC4	1,94 (omlaag staaf 3)	-1,24		kN
	FC4		0,46	-1,78	kN/kNm
	FC3	2,95 (omlaag staaf 4)		1,78	kN/kNm
	FC2		-1,45		kN
	FC2	3,17 (omhoog staaf 7)			kN

**Staafkrachten**

De staven 1, 8 en 9 zijn de betonvloer. Deze staven doen niet mee in deze berekening.

		Nx	Vz	My	
Staatf 3	FC3		-1,24	-1,78	kN/kNm
	FC4	1,94 (druk)			kN
Staatf 4	FC2		-1,45		kN
	FC3	2,95 (druk)		1,78	kN/kNm
Staatf 5	FC2	2,97 (druk)			kN
	FC3		-2,81		kN
	FC4			2,06	kNm
Staatf 6	FC2	0,73 (trek)			kN
	FC3	1,86 (druk)	2,11	1,92	kN
Staatf 7	FC2	3,17 (druk)			kN

## D Bepaling sporen

### Materiaalgrootheden:

Materiaalfactor:  $\gamma_m = 1,20$

Modificatiefactor:  $k_{mod} = 0,85$   
Klimaatklasse I of II  
Belastingduurklasse III

Hoogtefactor:  $k_h = 1,0$   
 $h \geq 200 \text{ mm}$

### Eigenschappen sterkteklasse C18

$f_{m;0,rep}$	= 18	N/mm <sup>2</sup>	$f_{m,d}$	= 12,75	N/mm <sup>2</sup>
$E_{0;ser,rep}$	= 9000	N/mm <sup>2</sup>			
$r_{rep}$	= 320	kg/m <sup>3</sup>			
$f_{t;0,rep}$	= 11	N/mm <sup>2</sup>	$f_{t,d}$	= 7,79	N/mm <sup>2</sup>
$f_{t;90,rep}$	= 0,50	N/mm <sup>2</sup>			
$f_{c;0,rep}$	= 18	N/mm <sup>2</sup>	$f_{c,d}$	= 12,75	N/mm <sup>2</sup>
$f_{c;90,rep}$	= 2,20	N/mm <sup>2</sup>			
$f_{v;0,rep}$	= 2,0	N/mm <sup>2</sup>	$f_{v,d}$	= 1,41	N/mm <sup>2</sup>
$E_{0;u,rep}$	= 6000	N/mm <sup>2</sup>			
$E_{90;ser,rep}$	= 300	N/mm <sup>2</sup>			
$G_{ser,rep}$	= 500	N/mm <sup>2</sup>			

### a) Staaf 3 en 4:

$N_{max;d}$	= 2,94	kN	druk
$V_{max;d}$	= -1,45	kN	
$M_{max;d}$	= 1,78	kNm	

### Aanname doorsnede:

$h$	= 240	mm
$b$	= 20	mm
$A$	= $b * h = 4800$	mm <sup>2</sup>
$W$	= $1/6 * b * h^2 = 0,19 * 10^6$	mm <sup>3</sup>
$I_z$	= $1/12 * b * h^3 = 23,04 * 10^6$	mm <sup>4</sup>

Controle op buiging:

$$\sigma_{m;0;u;d} = \frac{M_{u;d}}{W}$$

$$\sigma_{m;0;u;d} = \frac{1,78 * 10^6}{0,19 * 10^6} = 9,37 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m;0;d} = 12,75$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{gl;0;u;d} < f_{gl;m;0;d}$$

$$9,37 < 12,75 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

Controle op normaalkracht:

Drukkracht:

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{N_{\max;d}}{A}$$

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{2,94 * 10^3}{4,8 * 10^3} = 0,61 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c;0;d} = 12,75 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{c;0;u;d} < f_{c;0;d}$$

$$0,61 < 12,75 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet ruim!}$$

Controle op dwarskracht:

$$\sigma_{v;0;u;d} = \frac{3 * V_{\max;d}}{2 * b * h}$$

$$\sigma_{v;0;u;d} = \frac{3 * 1,45 * 10^3}{2 * 20 * 240} = 0,45 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v;0;d} = 1,41 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{v;u;d} < f_{v;0;d}$$

$$0,458 < 1,41 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet ruim!}$$

**b) Staaf 5 en 6:**

$$\begin{aligned} N_{\max;d} &= 0,73 && \text{kN} && \text{druk} \\ N_{\max;d} &= 2,97 && \text{kN} && \text{trek} \\ V_{\max;d} &= -2,81 && \text{kN} && \\ M_{\max;d} &= 2,06 && \text{kNm} && \end{aligned}$$

Aanname doorsnede:

$$\begin{aligned} h &= 240 && \text{mm} \\ b &= 20 && \text{mm} \\ A &= b * h = 4800 && \text{mm}^2 \\ W &= 1/6 * b * h^2 = 0,19 * 10^6 && \text{mm}^3 \end{aligned}$$

Controle op buiging:

$$\begin{aligned} \sigma_{m;0;u;d} &= \frac{M_{u;d}}{W} \\ \sigma_{m;0;u;d} &= \frac{2,06 * 10^6}{0,19 * 10^6} = 10,84 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$f_{m;0;d} = 12,75$$

*Toetsing:*

$$\begin{aligned} \sigma_{gl;0;u;d} &< f_{gl;m;0;d} \\ 10,84 &< 12,75 \text{ N/mm}^2 && \text{Voldoet!} \end{aligned}$$

Controle op normaalkracht:

Trekkraft:

$$\begin{aligned} \sigma_{t;0;u;d} &= \frac{N_{\max;d}}{A} \\ \sigma_{t;0;u;d} &= \frac{2,97 * 10^3}{4,8 * 10^3} = 0,62 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$f_{t;0;d} = 7,79 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\begin{aligned} \sigma_{t;0;u;d} &< f_{t;0;d} \\ 0,62 &< 7,79 \text{ N/mm}^2 && \text{Voldoet ruim!} \end{aligned}$$

Drukkracht:

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{N_{\max;d}}{A}$$

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{0,73 \cdot 10^3}{4,8 \cdot 10^3} = 0,62 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c;0;d} = 12,75 \text{ N/mm}^2$$

Toetsing:

$$\sigma_{c;0;u;d} < f_{c;0;d}$$

$$0,62 < 12,75 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet ruim!}$$

Controle op dwarskracht:

$$\sigma_{v;0;u;d} = \frac{3 \cdot V_{\max;d}}{2 \cdot b \cdot h}$$

$$\sigma_{v;0;u;d} = \frac{3 \cdot 2,81 \cdot 10^3}{2 \cdot 20 \cdot 240} = 0,88 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v;0;d} = 1,41 \text{ N/mm}^2$$

Toetsing:

$$\sigma_{v;u;d} < f_{v;0;d}$$

$$0,88 < 1,41 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

### **c) Staaf 7:**

$N_{\max;d}$	= 0,73	kN	druk
$N_{\max;d}$	= 2,97	kN	trek
$V_{\max;d}$	= -2,81	kN	
$M_{\max;d}$	= 2,06	kNm	

Aanname doorsnede:

h	= 100	mm
b	= 20	mm
A	= b * h = 2000	mm <sup>2</sup>

Controle op normaalkracht:

Drukkracht:

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{N_{\max;d}}{A}$$

$$\sigma_{c;0;u;d} = \frac{3,17 * 10^3}{2 * 10^3} = 1,59 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{c;0;d} = 12,75 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{c;0;u;d} < f_{c;0;d}$$

$$1,59 < 12,75 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet ruim!}$$

#### **d) Opsomming staafdoorsneden**

StAAF 3 en 4: 20 x 240 mm

StAAF 5 en 6: 20 x 240 mm

StAAF 7: 20 x 100 mm

Afmetingen zijn zoveel mogelijk praktisch genomen.

Tot slot: Controle op vervorming:

Maatgevende belasting voor de doorbuiging:

$$Q_{\max;\text{rep}} = Q_{\text{eg,rep}} + Q_{\text{q,wind rechts,rep}} = 0,45 + 0,492 = 0,942 \text{ kN/m} \quad (\text{rechter dakvlak})$$

Langste vrije lengte maatgevend voor de doorbuiging.

$$L = 4000 \text{ mm}$$

$$I_z = 23,04 * 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_{0;\text{ser};\text{rep}} = 9000 \text{ N/mm}^2$$

$$U = \frac{5}{384} \frac{Q_{\max;\text{rep}} l^4}{E_{0;\text{ser};\text{rep}} I_z} = \frac{5}{384} \frac{0,942 * 4000^4}{9000 * 23,04 * 10^6} = 15,14 \text{ mm}$$

*Toetsing:*

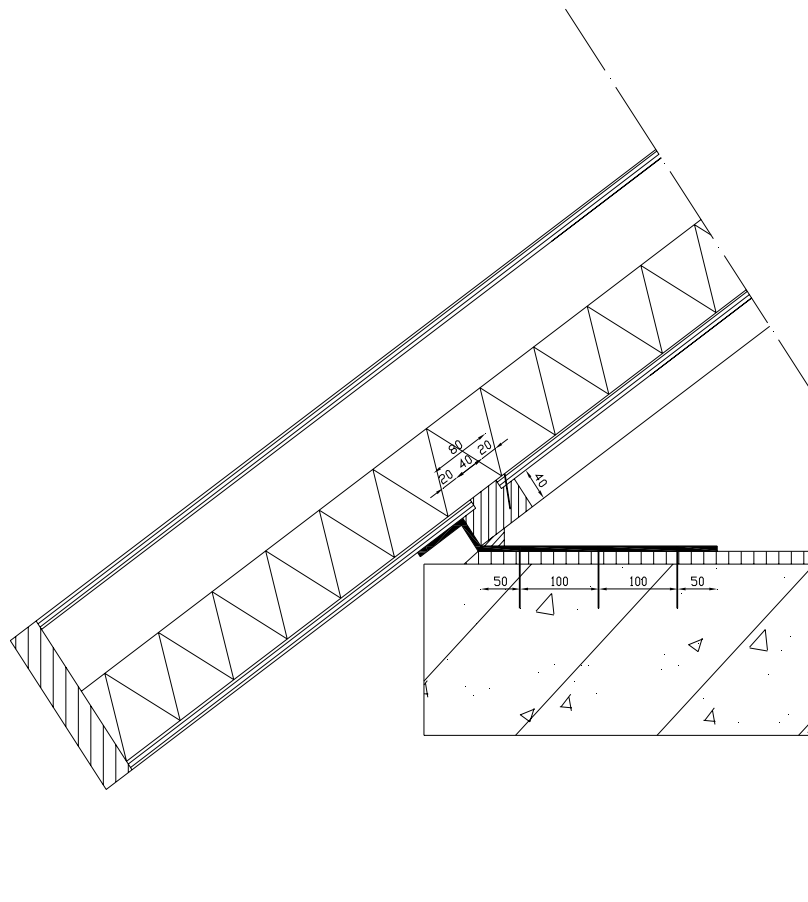
$$E_{\text{is}} : \frac{l}{250} = \frac{4000}{250} = 16,0 \text{ mm}$$

$$15,14 < 16 \text{ mm} \quad \text{Voldoet!}$$

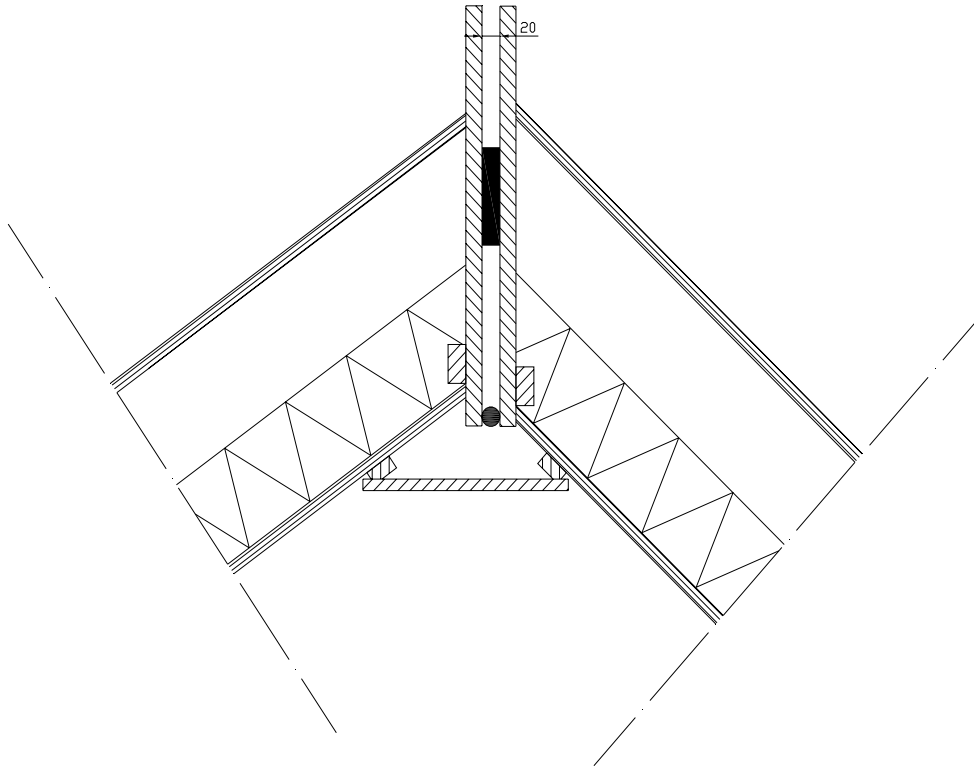
## E **Controle details**

### a) **Detail 1**

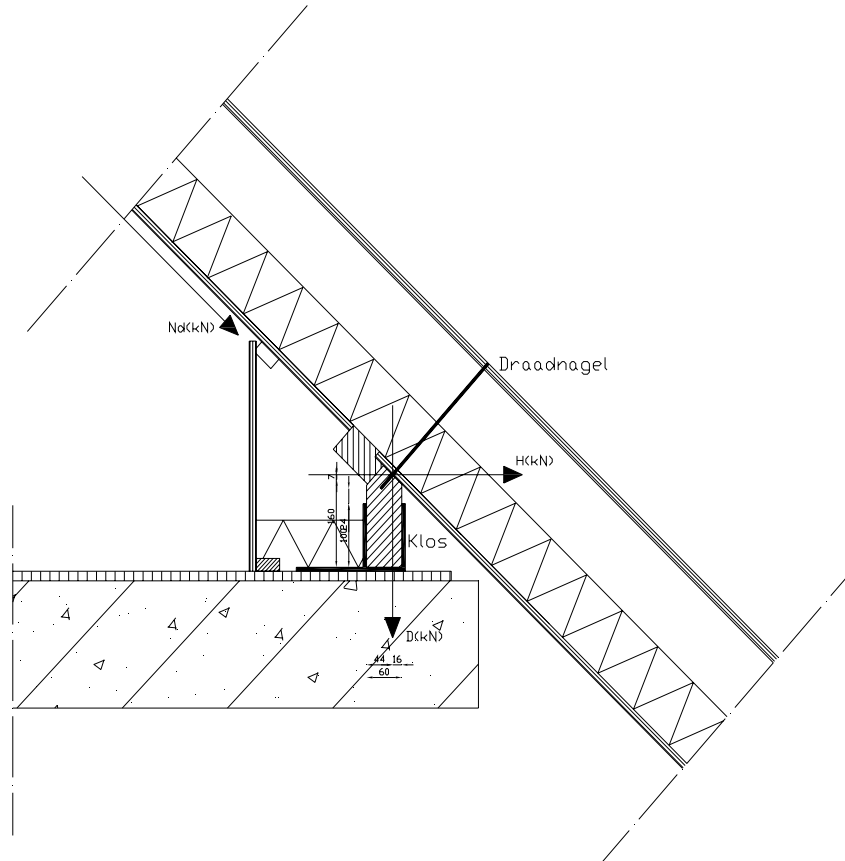
Detail 1 is het detail rechtsonder bij de aansluiting betonvloer en onderzijde dak. Het detail staat in aansluiting met staaf 3 en de betonvloer.



**b) Detail 2**



**c) Detail 3**



		$N_x$	$V_z$	$M_y$	
Knoop 3	FC2	2,97 (omlaag staaf 5)			kN
	FC3		-2.18		kN
	FC3	0,86 (omhoog staaf 6)			kN

$$N_d = \sqrt{2,97^2 + 2,18^2} = 3,68 \text{ kN}$$

$$H = N_x = 2,97 \text{ kN}$$

$$D = V_z = 2,18 \text{ kN}$$

Dakhoek = 43 graden

Klos = 60 x 160 mm

H.o.h. 600 mm

$$A = 60 \times 100 = 6000 \text{ mm}^2$$

$$W = 1/6 * b * h^2 = 0,36 * 10^6 \text{ mm}^3$$

C18

$$t = 2/3 * 60 = 40 \text{ mm}$$

$$e = t * \tan 43 + 10 = 47 \text{ mm}$$

$$M = H * e = 2,97 * 10^3 * 47 = 139590 \text{ Nmm} = 0,14 \text{ kNm}$$

Controle klos:

$$\frac{M}{W * hoh} = \frac{0,14 * 10^6}{\frac{1}{6} * 160 * 60^2 * 600} = 0,0024 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

Controle op buiging van de klos:

$$f_{m;o;d} = 12,75 \text{ N/mm}^2$$

$$M = 0,14 \text{ kNm}$$

$$W = 0,36 * 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{m;o;d} = \frac{M}{W} = \frac{0,14 * 10^6}{0,36 * 10^6} = 0,39 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{m;o;d} \leq f_{m;o;d}$$

$$0,39 \leq 12,75 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Voldoet!}$$

Controle op afschuiving van de klos:

$$f_{v;o;d} = \frac{1,8}{1,2} * 0,85 = 1,28 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{v;d} = \frac{3H}{2bh} = \frac{3 * 2970}{2 * 60 * 60} = 1,24 \text{ N/mm}^2$$

*Toetsing:*

$$\sigma_{v;d} \leq f_{v;o;d}$$

$$1,24 \leq 1,28 \text{ N/mm}^2$$

Controle op afschuiving nagel:

Draadnagel of houtdraadbout rond 6 mm.

$$N_d = 3,68 \text{ kN}$$

$$F \tau_{y,d,tot} = 3,84 \text{ kN} = F_{v;u;d}$$

$$k_{tal} = \frac{(10 + \frac{2}{3}(m-10))}{m} = \frac{(10 + \frac{2}{3}(1-10))}{1} = 4 \quad m = 1$$

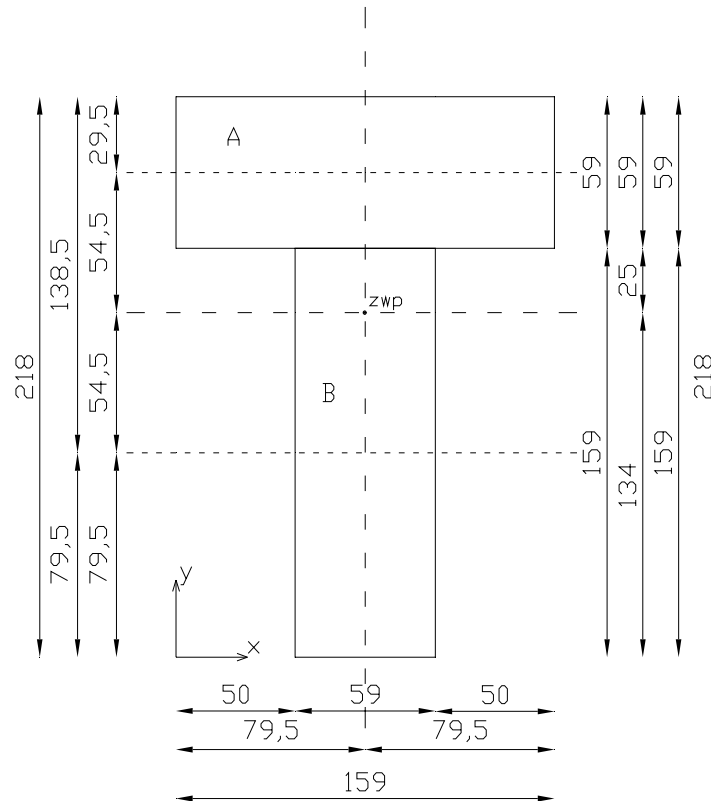
*Toetsing:*

$$\frac{N_d}{k_{tal} * F_{v;u;d}} = \frac{3,68}{4 * 3,84} = 0,24 \leq 1,0 \quad \text{Voldoet!}$$

## Oefening 3: Samengestelde liggers

### A Verbinding gebout

Verbinding met houtdraadbouten



Houtdraadbouten:  $d > 12 \text{ mm}$   $k = 10.000 \text{ N/mm}^2$   
 $C = k / a = 10.000 / 200 = 50$

$EI_{\text{gelijmd}} = \text{geen verschuiving}$

$$z_0 = \frac{159 \cdot 59 \cdot \frac{159}{2} + 159 \cdot 59 \cdot (159 + \frac{59}{2})}{2 \cdot (159 \cdot 59)} = 134 \text{ mm}$$

$$e_1 = \frac{A_2(h_1 + h_2)}{2(A_1 + A_2)} = 54,5 = e_2$$

$$I_{\text{tot}} = \sum I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3 + A_i e_i^2 = 78,21 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$EI_{\text{tot}} = 78,21 \cdot 10^6 \cdot 9000 = 7,04 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$$

$$A_1 = A_2 = A = 9381 \text{ mm}^2$$

$$E_1 = E_2 = E = 9000 \text{ N/mm}^2$$

$$C_{1,2} = C = 50$$

Matrix: 
$$\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

Diktaat: 
$$\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{1}{1 + \rho};$$

$$\rho = \frac{A_2}{A_1 + A_2} * \frac{EA_1}{C} * \frac{\pi^2}{L^2} = \frac{1}{2} * \frac{EA}{C} * \frac{\pi^2}{L^2} = \frac{8332808}{L^2}$$

$$EI = E \left( \frac{1}{12} b_1 h_1^3 + \frac{1}{12} b_2 h_2^3 + \gamma_1 e_1^2 A_1 + \gamma_2 e_2^2 A_2 \right) =$$

$$9000 \left( \frac{1}{12} * 59 * 159^3 + \frac{1}{12} * 159 * 59^3 + 2(54,5^2 * 9183 * \gamma) \right) =$$

$$9000(20,09 * 10^6 + 54,55 * \gamma) = 4,91 * 10^{11} * \gamma + 1,808 * 10^{11} =$$

$$= 4,91 * 10^{11} \left( \frac{1}{1 + \frac{8332808}{L^2}} \right) + 1,808 * 10^{11} (Nmm^3)$$

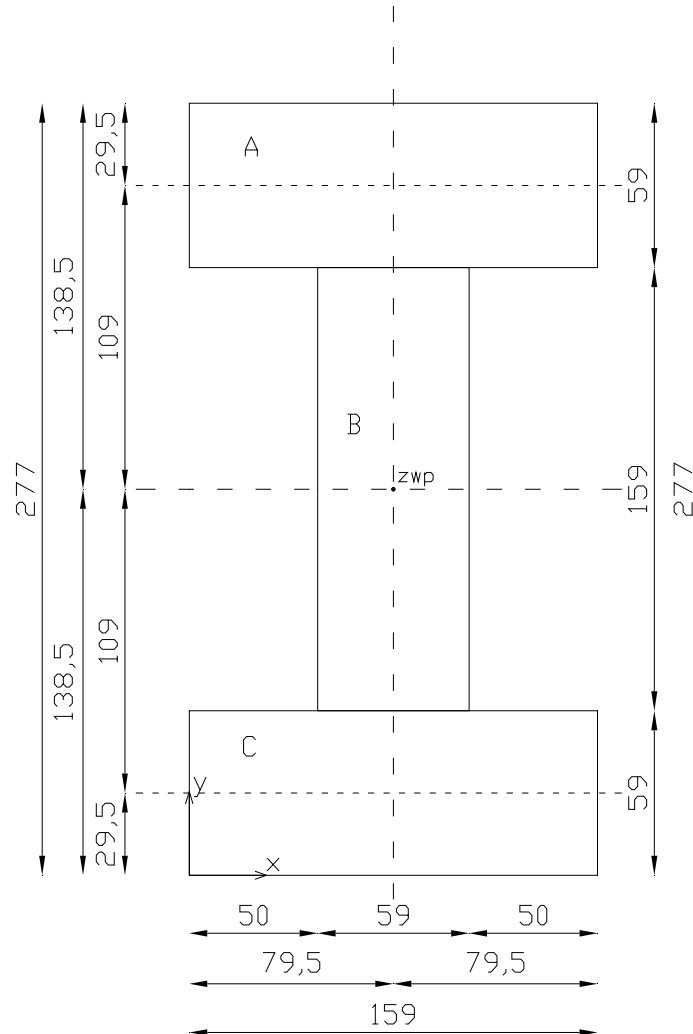
Stel L = 10000 mm;  $EI_{ben} = 6,34 * 10^{11} Nmm^3$

Maximale overspanning:

$$EI_{tot} = 7,04 * 10^{11} mm^4 = 4,91 * 10^{11} \left( \frac{1}{1 + \frac{8332808}{L^2}} \right) + 1,808 * 10^{11} (Nmm^3)$$

L = 11635 mm

**B    Verbinding gelijmd**



$$e_1 = e_3 = \frac{A_2(h_1 + h_2)}{2(A_1 + A_2)} = 109 \text{ mm} \quad \text{Symmetrie: } e_2 = 0 \text{ mm}$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = E = 9000 \text{ N/mm}^2$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = A = 9381 \text{ mm}^2$$

$$C_{1,2} = C_{2,3} = C$$

$$I_{tot} = \sum I_i = \frac{1}{12} b_i h_i^3 + A_i e_i^2 = 126,6 * 10^6 \text{ mm}^4$$

$$EI_{tot} = 126,6 * 10^6 * 9000 = 1,14 * 10^{12} \text{ mm}^4$$

Matrix:

$$\begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & 0 & \gamma_1 & F_1 \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} & \gamma_2 & F_2 \\ 0 & V_{32} & V_{33} & \gamma_3 & F_3 \end{bmatrix} * [\gamma_2] = [F_2]$$

$$V_{11} = (C + EA \frac{\pi^2}{L^2})e_1$$

$$F_1 = C * s_1 = (\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2})C = C(\frac{h_1 + h_2}{2})$$

$$V_{12} = -C + e_2 \quad e_2 = 0$$

$$V_{21} = -C + e_1$$

$$F_2 = C * s_2 - C * s_1 = C(\frac{h_2}{2} + \frac{h_3}{2}) - C(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2}) = C(\frac{h_3 - h_1}{2})$$

$$V_{22} = (C + C + EA * \frac{\pi^2}{L^2})e_2 \quad e_2 = 0$$

$$V_{23} = -C * e_3$$

$$F_2 = C * s_3 - C * s_2 = -C(\frac{h_2 + h_3}{2})$$

$$V_{32} = -C * e_2 \quad e_2 = 0$$

$$V_{33} = (C + EA * \frac{\pi^2}{L^2})e_3$$

Hieruit volgt...

$$F_1 = \gamma_1 V_{11} + \gamma_2 V_{12}$$

$$C(\frac{h_1 + h_2}{2}) = \gamma_1 e_1 (C + EA \frac{\pi^2}{L^2}) - \gamma_2 (C * e_2) \quad e_2 = 0$$

$$C(\frac{h_1 + h_2}{2}) = \gamma_1 e_1 (C + EA \frac{\pi^2}{L^2})$$

$$(1 + \frac{EA}{C} * \frac{\pi^2}{L^2})\gamma_1 = 1 \quad \gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{EA}{C} * \frac{\pi^2}{L^2}}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \rho}$$

$$\begin{aligned}
 F_2: \quad & F_2 = \gamma_1 V_{21} + \gamma_2 V_{22} + \gamma_3 V_{23} \\
 & C\left(\frac{h_3 - h_1}{2}\right) = \gamma_1 (-C * e_1) + \gamma_2 * 0 + \gamma_3 (C + EA \frac{\pi^2}{L^2}) e_3 \quad e_2 = e_3 \\
 & C\left(\frac{h_3 - h_1}{2}\right) = -\gamma_1 C e + \gamma_3 e (2C + EA \frac{\pi^2}{L^2}) \\
 & \frac{1}{2} C h_3 - \frac{1}{2} C h_1 = -\gamma_1 C e + 2\gamma_3 e C + \gamma_3 e EA \frac{\pi^2}{L^2} \quad *1/C \\
 & \frac{1}{2} h_3 - \frac{1}{2} h_1 = -\gamma_1 e + 2\gamma_3 e + \frac{\gamma_3 e EA \pi^2}{C L^2} \quad h_1 = h_3 \\
 & 2\gamma_3 e + \frac{\gamma_3 e EA \pi^2}{C L^2} = e * \left( \frac{1}{1 + \frac{EA \pi^2}{C L^2}} \right) \\
 & 2\gamma_3 + \frac{\gamma_3 EA \pi^2}{C L^2} = - \frac{1}{1 + \frac{EA \pi^2}{C L^2}} \quad * \left\{ 1 + \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right\} \\
 & 2\gamma_3 \left( 1 + \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right) + \gamma_3 + \gamma_3 \left( \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right)^2 = -1 \\
 & 3\gamma_3 + 2\gamma_3 \left( \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right) + \gamma_3 \left( \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right)^2 = -1 \\
 & \gamma_3 = \frac{-1}{\left( \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right)^2 + 2 \left( \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right) + 3} : \text{Geen raakpunt met abcformule!}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_3: \quad & F_3 = \gamma_1 * 0 + \gamma_2 V_{32} + \gamma_3 V_{33} \\
 & -C\left(\frac{h_2 + h_3}{2}\right) = \gamma_2 * 0 + \gamma_3 (C + EA \frac{\pi^2}{L^2}) e_3 \\
 & -\frac{1}{2} C h_2 - \frac{1}{2} C h_3 = \gamma_3 e_3 C + \gamma_3 e_3 EA \frac{\pi^2}{L^2} \quad *1/C \\
 & -\frac{1}{2} h_2 - \frac{1}{2} h_3 = \gamma_3 e_3 + \gamma_3 e_3 \frac{EA \pi^2}{C L^2} \\
 & \gamma_3 \left( e_3 + e_3 \frac{EA \pi^2}{C L^2} \right) = \frac{-h_3 - h_2}{2} \\
 & \gamma_3 = \frac{-h_3 - h_2}{e_3 + e_3 \frac{EA \pi^2}{C L^2}}
 \end{aligned}$$

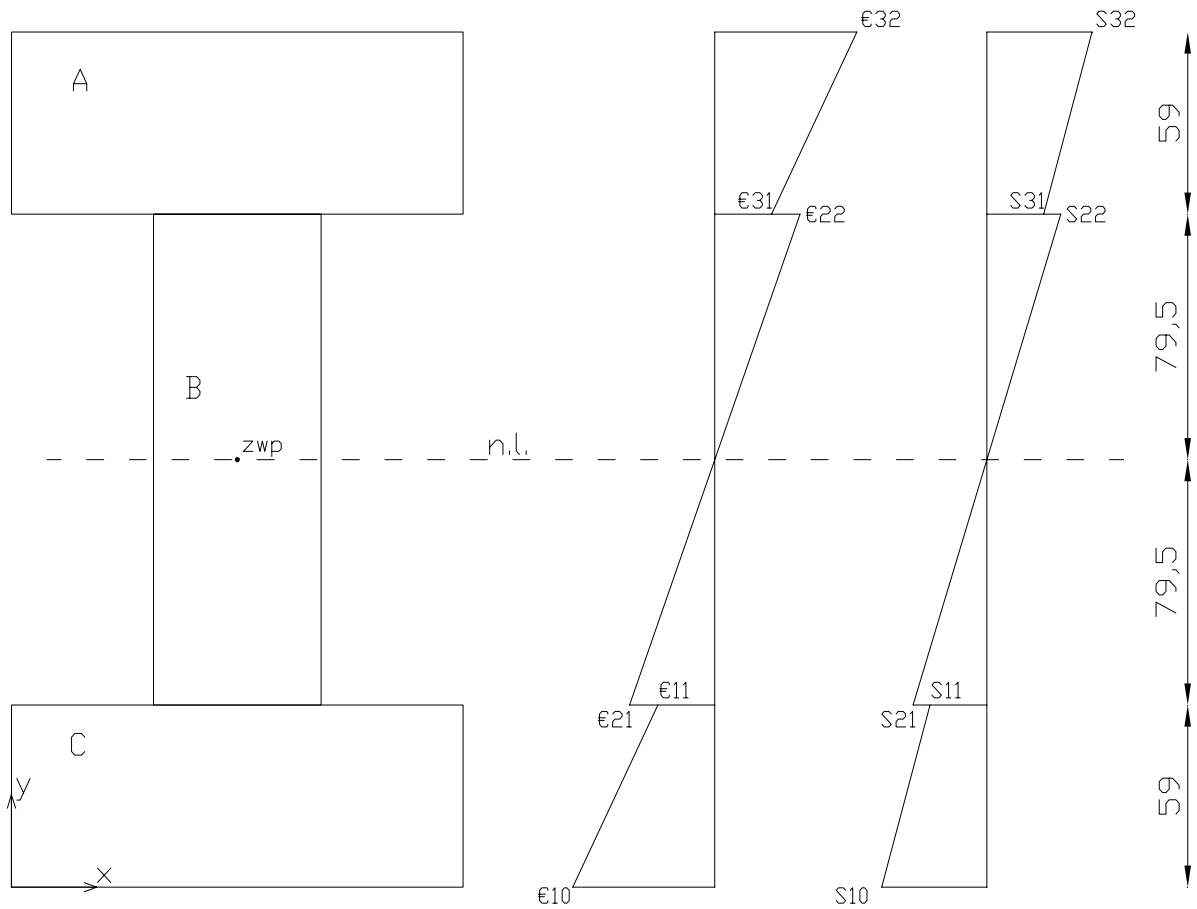
$$\begin{aligned}
 EI &= E\left(\frac{1}{12}b_1h_1^3 + \frac{1}{12}b_2h_2^3 + \frac{1}{12}b_3h_3^3 + \gamma_1e_1^2A_1 + 0 + \gamma_3e_3^2A_3\right) = \\
 &E\left(\frac{2}{12}b_1h_1^3 + \frac{1}{12}b_2h_2^3 + \gamma_1e^2A + \gamma_3e^2A\right) = \\
 &E\left(\frac{2}{12}b_1h_1^3 + \frac{1}{12}b_2h_2^3 + e^2A(\gamma_1 + \gamma_3)\right) = \\
 &9000\left(\frac{2}{12}159*59^3 + \frac{1}{12}59*159^3 + 113,5^2 * 9381(\gamma_1 + \gamma_3)\right) = \\
 &2,27*10^{11} + 1,09*10^{12} * (\gamma_1 + \gamma_3) = \\
 &2,27*10^{11} + 1,09*10^{12} \left(\frac{1}{1 + \frac{EA \pi^2}{C L^2}}\right) + 1,09*10^{12} \left(\frac{-\frac{1}{2}h_3 - \frac{1}{2}h_2}{e_3 + e_3 \frac{EA \pi^2}{C L^2}}\right) = \\
 &2,27*10^{11} + \frac{1,09*10^{12}}{1 + \frac{16,67*10^6}{L^2}} - \frac{0,54*10^{12}(h_3 + h_2)}{109 + \frac{1,82*10^9}{L^2}} = \\
 &2,27*10^{11} + \frac{1,09*10^{12}L^2}{L^2 + 16,67*10^6} - \frac{0,54*10^{12}(h_3 + h_2)L^2}{109L^2 + 1,82*10^9} = \\
 h_2 = 159, h_3 = 59; & \quad 2,27*10^{11} + 1,09*10^{12} + \frac{1,09*10^{12}L^2}{16,67*10^6} - 1,09*10^{12} \frac{1,19*10^{14}L^2}{1,82*10^9} = \\
 &EI = 2,26*10^{11} + 9,57L^2
 \end{aligned}$$

Maximale overspanning:

$$EI_{\text{tot}} = 126,6 * 10^{12} \text{ mm}^4 = 2,26*10^{11} + 9,57L^2 \text{ (Nmm}^3\text{)}$$

$$L = 308959 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_i = \gamma_1 e_i \frac{M}{EI}$$



$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{h_2 + h_3}{2} \frac{M}{EI} :$$

$$\sigma_{22} = E \left( \frac{h_2}{2} + h_3 \right) \frac{M}{EI} = \frac{138,5M}{I}$$

$$\varepsilon_{21} = \frac{h_2}{2} \frac{M}{EI} :$$

$$\sigma_{21} = E \frac{h_2}{2} \frac{M}{EI} = \frac{79,5M}{I}$$

$$\varepsilon_{11} = \left( \gamma_3 e_3 - \frac{h_3}{2} \right) \frac{M}{EI} :$$

$$\sigma_{11} = E \left( \gamma_3 e_3 - \frac{h_3}{2} \right) \frac{M}{EI} = \frac{109\gamma_3 M}{I} - \frac{57M}{I}$$

$$\varepsilon_{10} = \left( \gamma_3 e_3 + \frac{h_3}{2} \right) \frac{M}{EI} :$$

$$\sigma_{10} = E \left( \gamma_3 e_3 + \frac{h_3}{2} \right) \frac{M}{EI} = \frac{109\gamma_3 M}{I} + \frac{57M}{I}$$

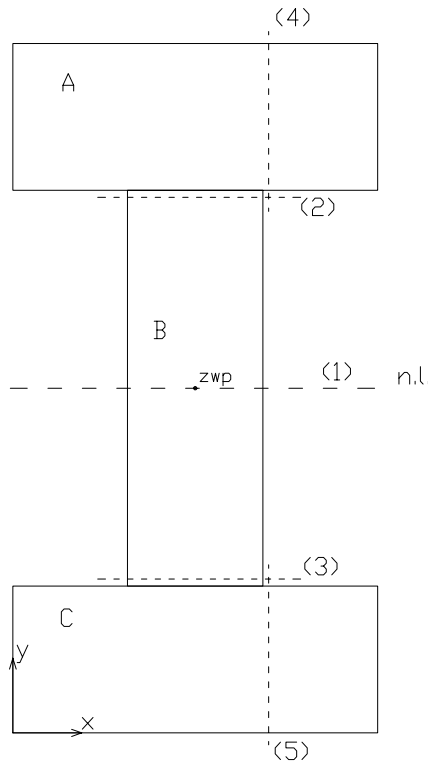
$$\sigma_{10} = \sigma_{32}$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{33}$$

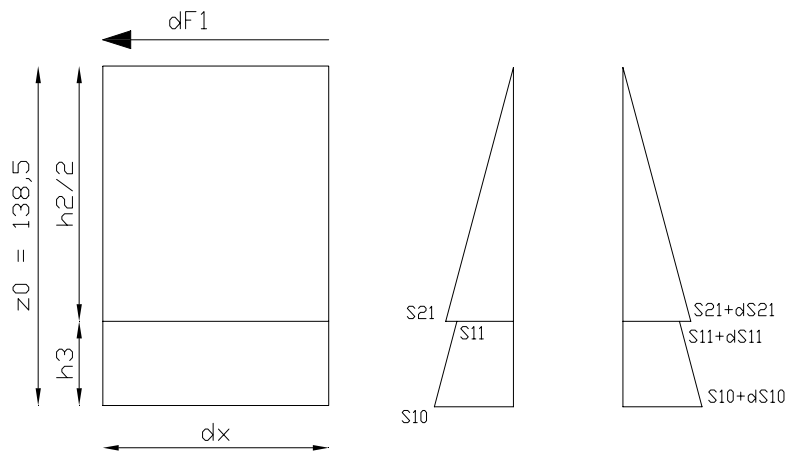
Schuifspanningen:

$$dF_1 = \frac{b_2 z_0^2}{I}$$

$$\sigma_{v,1} = \frac{dF_1}{b_2} = \frac{z_0^2}{2I} Q$$



(1):



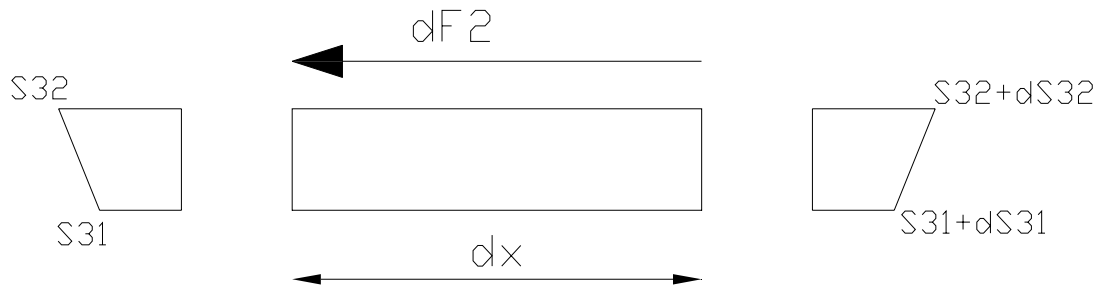
$$dx * dF_1 = \left( \frac{d\sigma_{10} + d\sigma_{11}}{2} \right) b_3 h_3 + \left( \frac{d\sigma_{21} + 0}{2} \right) b_2 \frac{h_2}{2}$$

$$dF_1 = \frac{\left( 2E\gamma_3 e_3 + \frac{h_3}{2} - \frac{h_3}{2} \right) \frac{dM}{EI} b_3 h_3 + \left( \frac{h_2}{2} \frac{dM}{I} \right) b_2 \frac{h_2}{2}}{dx}$$

$$dF_1 = \left( 2\gamma_3 e_3 + \frac{b_3 h_3}{I} + \frac{h_2^2}{4} \frac{b_2}{I} \right) \frac{dM}{dx}$$

$$\sigma_{v,1} = \frac{dF_1}{b_2} = \left( 2\gamma_3 C h_3 b_3 + \frac{h_2^2}{4} \right) \frac{Q}{I}$$

(2)+(3):

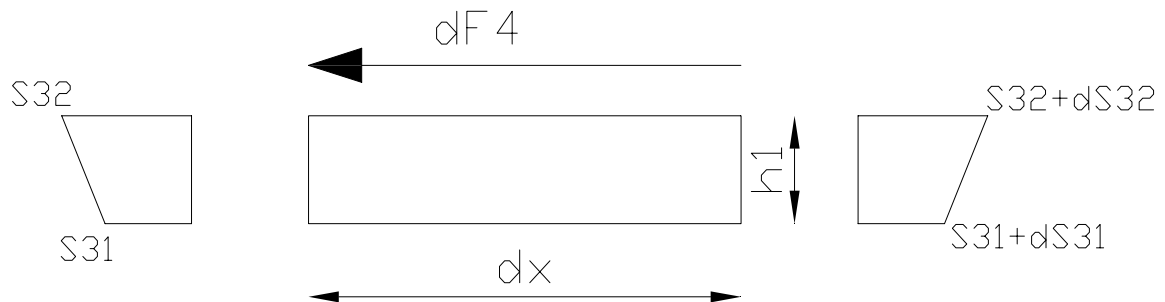


$$dx * dF_2 = \frac{d\sigma_{31} + d\sigma_{32}}{2} b_1 h_1 = \frac{1}{2} \left( (\gamma_3 e_3 - \frac{h_3}{2}) \frac{dM}{I} + (\gamma_3 e_3 + \frac{h_3}{2}) \frac{dM}{I} \right) h_1 b_1$$

$$dF_2 = (\gamma_3 e_3) \frac{dM}{I dx} h_1 b_1 = \gamma_3 e_3 h_1 b_1 \frac{Q}{I}$$

$$\sigma_{v2} = \frac{dF_2}{b_2} = \frac{\gamma_3 e_3 h_1 b_1}{b_2 I} Q$$

(4)+(5):



$$dx * dF_4 = \frac{d\sigma_{32} + d\sigma_{31}}{2} \frac{b_1 - b_2}{2} h_1 = \frac{1}{2} \left( (\gamma_3 e_3 - \frac{h_3}{2}) \frac{dM}{I} + (\gamma_3 e_3 + \frac{h_3}{2}) \frac{dM}{I} \right) \frac{b_1 - b_2}{2} h_1$$

$$dF_4 = \gamma_3 e_3 \frac{dM}{I dx} \frac{b_1 - b_2}{2} h_1 = \gamma_3 e_3 \frac{dM}{I dx} \frac{b_1 - b_2}{2I} Q$$

$$\sigma_{v4} = \frac{dF_4}{h_1} = \frac{\gamma_3 e_3 (b_1 - b_2)}{2I h_1} Q$$